

数学Ⅲ 近似式 ① 課題

1. $h \div 0$ のとき, 次の式の 1 次^{つぎ}の近似式^{しき}を作れ。

$$\star f(a+h) \doteq f(a) + f'(a) h$$

例題 $\cos(a+h)$

$(\cos x)' = -\sin x$ より, $h \div 0$ のとき

$$\cos(a+h) = \cos a - \sin a \times h$$

問題① $\sin(a+h)$

問題② $\tan(a+h)$

2. $x \div 0$ のとき、次の式の 1 次^{つぎ}の近似式^{しき}を作れ。^じ 1 次^{きん}の近似式^じを作れ。^{つく}

$$\star f(x) \doteq f(0) + f'(0) x$$

例題 e^x

$$f(x) = e^x \text{ とすると, } f'(x) = e^x$$

$$f(0) = e^0 = 1 \quad , \quad f'(0) = e^0 = 1$$

よって $x \div 0$ のとき $e^x \div 1 + 1 \times x = 1 + x$

$$\frac{1}{1+x}$$

問題② $\log(1+x)$

()年()組()番()

3. $x \div 0$ のとき, $(1+x)^p \div 1+px$ を導け。

$$f(x) = (1+x)^p \text{ とすると } f'(x) = \quad (1+x)$$

よって $f(0)=$, $f'(0)=$

これらを $f(x) \doteq f(0) + f'(0)x$ に代入して

$$(1+x)^p =$$

4. $x \div 0$ のとき, $(1+x)^p \div 1+px$ を利用して, 次の式の 1 次の近似式を作れ。

例題 $\sqrt{1+x}$

$$\sqrt{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{2}} \quad \text{よ り}$$

$$x \div 0 \text{ のとき, } \sqrt{1+x} \div 1 + \frac{1}{2}x$$

問題① $\sqrt[3]{1+x}$

問題② $\sqrt[4]{1+x}$

5. 次の値の近似値を求めよ。

例題 $\sqrt{26}$

$$x \div 0 \text{ のとき, } \sqrt{1+x} \div 1 + \frac{1}{2}x$$

$$\begin{aligned}\sqrt{26} &= \sqrt{25 + 1} = \sqrt{25} \sqrt{1 + \frac{1}{25}} \\ &\doteq 5 \left(1 + \frac{1}{50} \right) = 5 + 0.1 = 5.1\end{aligned}$$

もんだい
問題 $\sqrt{101}$

1. $x \doteq 0$ のとき，次の式の 1 次の近似式を作れ。
 $f(x) \doteq f(0) + f'(0) x$

例題① $\sin x$

$(\sin x)' = \cos x$ より，
 $\sin x \doteq \sin 0 + \cos 0 \times x = x$

問題① $\cos x$

例題② e^x

$(e^x)' = e^x$ より
 $e^x \doteq e^0 + e^0 \times x = 1 + x$

問題② e^{-x}

例題③ $\sqrt{1+x}$

$(\sqrt{1+x})' = \frac{1}{2\sqrt{1+x}}$ より
 $\sqrt{1+x} \doteq \sqrt{1+0} + \frac{1}{2\sqrt{1+0}} \times x = 1 + \frac{1}{2}x$

問題③ $\sqrt[3]{1+x}$

問題④ $\frac{1}{1-x}$

2. 次の式の近似値を求めよ。
 $\frac{\pi}{180^\circ} \doteq 0.0174$, $\frac{\sqrt{3}}{2} \doteq 0.8660$

例題 $\sin 31^\circ$

$(\sin x)' = \cos x$ より，
 $h \doteq 0$ のとき $\sin(a+h) = \sin a + \cos a \times h$
 $\sin 31^\circ = \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{180^\circ}\right)$
 $\doteq \sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{6} \times \frac{\pi}{180^\circ}$
 $= 0.5000 + 0.8660 \times 0.0174 \doteq 0.5150$

問題 $\cos 59^\circ$

3. 次の式の近似値を求めよ。

例題① $\sqrt{99}$

$\sqrt{99} = \sqrt{100-1} = \sqrt{100} \sqrt{1-\frac{1}{100}}$
 $\doteq 10 \left(1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{100}\right) = 10 - 0.05 = 9.95$

問題① $\sqrt{24}$

例題② $\frac{1}{49}$

$\frac{1}{49} = \frac{1}{50} \times \frac{1}{1-\frac{1}{50}}$
 $\doteq \frac{1}{50} \times \left\{1 - \left(-\frac{1}{50}\right)\right\} = 0.02 \times 1.02 = 0.0204$

問題② $\frac{1}{99}$

1. $x \doteq 0$ のとき，次の式の1次の近似式を作れ。
 $f(x) \doteq f(0) + f'(0)x$

例題① $\tan x$

$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ より

$\tan x \doteq \tan 0 - \frac{1}{\cos^2 0} \times x = x$

問題① $\sin x$

例題② $(1+x)^n$

$\{(1+x)^n\}' = n(1+x)^{n-1}$ より

$(1+x)^n \doteq (1+0)^n + n(1+0)^{n-1} \times x$

$= 1 + nx$

問題② $\sqrt{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{2}}$

例題③ $\sqrt[3]{1+\sin x}$

$(\sqrt[3]{1+\sin x})' = \frac{1}{3}(1+\sin x)^{-\frac{2}{3}} \times \cos x$

$\sqrt[3]{1+\sin x} \doteq 1 + \frac{1}{3}(1+\sin 0)^{-\frac{2}{3}} \times \cos 0 \times x$

$= 1 + \frac{1}{3}x$

問題③ $\sqrt{1+\sin x}$

2. 次の式の近似値を求めよ。
 $\frac{\pi}{180^\circ} \doteq 0.0174$, $\frac{\sqrt{3}}{2} \doteq 0.8660$

例題 $\cos 29^\circ$

$(\cos x)' = -\sin x$ より，

$h \doteq 0$ のとき $\cos(a+h) = \cos a - \sin a \times h$

$\cos 29^\circ = \cos\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{180^\circ}\right)$

$\doteq \cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6} \times \frac{\pi}{180^\circ}$

$= 0.8660 + 0.5000 \times 0.0174 \doteq 0.8747$

問題 $\sin 61^\circ$

3. 次の式の近似値を求めよ。

例題① 1.0001^{30}

$1.0001^{30} = (1 + 0.0001)^{30}$

$\doteq 1 + 30 \times 0.0001 = 1.003$

問題① 1.0003^{10}

例題② $\sqrt{102}$

$\sqrt{102} = \sqrt{100 + 2} = \sqrt{100} \sqrt{1 + \frac{2}{100}}$

$\doteq 10 \left(1 + \frac{1}{2} \times \frac{2}{100}\right)$

$= 10 + 0.1 = 10.1$

問題② $\sqrt{98}$