数学Ⅲ　三角関数の導関数 ①　課題

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　　　　　　　　)

1. $\displaystyle\lim_{h\to0}\frac{\sin h}{h}=1$ を利用して，次の極限を求めよ。

例題　$\displaystyle\lim_{h\to0}\frac{1-\cos h}{h^2}$

$$=\lim_{h\to0}\frac{(1-\cos h)(1+\cos h)}{h^2(1+\cos h)}$$

$$=\lim_{h\to0}\frac{(1-\cos^2 h)}{h^2(1+\cos h)}=\lim_{h\to0}\frac{\sin^2 h}{h^2(1+\cos h)}$$

$$=\lim_{h\to0}\left(\frac{\sin h}{h}\right)^2\times\frac{1}{1+\cos h}=\frac{1}{2}$$

問題　$\displaystyle\lim_{h\to0}\frac{\cos h-1}{h}$

2. 次の文章の $\square$ を埋めて，$\sin x$ を微分せよ。

$\sin(x+h)-\sin x$

$=\boxed{\sin\quad\cos\qquad\quad\cos\quad\sin\quad}-\sin x$

$=\boxed{(\qquad\qquad\quad)}\sin x+\boxed{\qquad\quad}\cos x$

$$\lim_{h\to0}\frac{\sin(x+h)-\sin x}{h}$$

$$=\lim_{h\to0}\left(\frac{\boxed{\qquad\qquad}}{h}\sin x+\frac{\boxed{\qquad\quad}}{h}\cos x\right)$$

$\displaystyle\lim_{h\to0}\frac{\cos h-1}{h}=\boxed{\quad}$，$\displaystyle\lim_{h\to0}\frac{\sin h}{h}=\boxed{\quad}$ より

$$\lim_{h\to0}\frac{\sin(x+h)-\sin x}{h}$$

$=\boxed{\quad}\times\sin x+\boxed{\quad}\times\cos x=\boxed{\qquad\qquad}$

よって，$(\sin x)'=\boxed{\qquad\qquad}$

3. 次の文章の $\square$ を埋めて，$\cos x$ を微分せよ。

$\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$

$=\sin x\ \cos\dfrac{\pi}{2}+\boxed{\cos\qquad\quad\sin\qquad}$

$=\sin x\times\boxed{\quad}+\cos x\times\boxed{\quad}=\boxed{\qquad\qquad}$

$\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$

$=\cos x\ \cos\dfrac{\pi}{2}-\boxed{\sin\qquad\quad\sin\qquad}$

$=\cos x\times\boxed{\quad}-\sin x\times\boxed{\quad}=\boxed{\qquad\qquad}$

合成関数の微分法より

$(\cos x)'=\left\{\boxed{\qquad\qquad}\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)\right\}'$

$=\boxed{\qquad\qquad}\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)'$

$=\boxed{\qquad\qquad}$

4. 次の三角関数を微分せよ。

例題	問題
① $y=\sin 2x$ $y'=\cos 2x\times(2x)'$ $=2\cos 2x$	① $y=\sin 4x$
② $y=\cos 3x$ $y'=-\sin 3x\times(3x)'$ $=-3\sin 3x$	② $y=\cos 5x$
③ $y=\sin^2 x$　$=(\sin x)^2$ $y'=2\sin x\times(\sin x)'$ $=2\sin x\cos x$	③ $y=\cos^2 x$　$=(\cos x)^2$
④ $y=\dfrac{1}{\cos x}$ $y'=-\dfrac{(\cos x)'}{\cos^2 x}$ $=\dfrac{\sin x}{\cos^2 x}$	④ $y=\dfrac{1}{\sin x}$

数学Ⅲ　三角関数の導関数 ② 課題

（　　）年（　　）組（　　）番（　　　　　　　　　　）

1. 次の文章の $\boxed{\quad}$ を埋めて，$\cos x$ を微分せよ。

$\cos(x+h)-\cos x$

$=\boxed{\cos \quad \cos \quad\quad \sin \quad \sin}-\cos x$

$=\cos x\boxed{(\qquad\qquad)}+\sin x\boxed{\qquad}$

$$\lim_{h\to 0}\frac{\cos(x+h)-\cos x}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\left(\cos x\frac{\boxed{\qquad}}{h}+\sin x\frac{\boxed{\qquad}}{h}\right)$$

$\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{\cos h-1}{h}=0$，$\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{\sin h}{h}=\boxed{\quad}$ より

$$\lim_{h\to 0}\frac{\cos(x+h)-\cos x}{h}$$

$=\cos x\times\boxed{\quad}+\sin x\times\boxed{\quad}=\boxed{\qquad}$

よって，$(\cos x)'=\boxed{\qquad}$

2. 次の文章の $\boxed{\quad}$ を埋めて，$\sin x$，$\tan x$ を微分せよ。

$\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$

$=\sin x\ \cos\dfrac{\pi}{2}+\boxed{\cos \qquad \sin}$

$=\sin x\times\boxed{\quad}+\cos x\times\boxed{\quad}=\boxed{\qquad}$

$\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$

$=\cos x\ \cos\dfrac{\pi}{2}-\boxed{\sin \qquad \sin}$

$=\cos x\times\boxed{\quad}-\sin x\times\boxed{\quad}=\boxed{\qquad}$

合成関数の微分法より

$(\sin x)'=\left\{\boxed{\qquad\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)}\right\}'$

$=\boxed{\qquad\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)}\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)'$

$=\boxed{\qquad}$

$(\tan x)'=\left(\dfrac{\sin x}{\cos x}\right)'=\dfrac{(\sin x)'\cos x-(\sin x)'\cos x}{\cos^2 x}$

$=\dfrac{\boxed{\qquad\qquad}}{\cos^2 x}$

$=\boxed{\qquad}$

3. 次の三角関数を微分せよ。

例題① $y=\sin(2x+1)$

$y'=\cos(2x+1)\times(2x+1)'=2\cos(2x+1)$

問題① $y=\sin(3x+2)$

例題② $y=\cos(1-3x)$

$y'=-\sin(1-3x)\times(1-3x)'=3\sin(1-3x)$

問題② $y=\cos(2-x)$

例題③ $y=\dfrac{1}{\sin x}$

$y'=-\dfrac{(\sin x)'}{\sin^2 x}=-\dfrac{\cos x}{\sin^2 x}$

問題③ $y=\dfrac{1}{\cos x}$

例題④ $y=x\sin x$

$y'=x'\sin x+x(\sin x)'=\sin x+x\cos x$

問題④ $y=x\cos x$

例題⑤ $y=\cos^3 x$

$y'=3\cos^2 x\,(\cos x)'=-3\cos^2 x\sin x$

問題⑤ $y=\sin^3 x$

例題⑥ $y=\dfrac{\sin x}{x}$

$y'=\dfrac{(\sin x)'x-\sin x\times x'}{x^2}$

$=\dfrac{x\cos x-\sin x}{x^2}$

問題⑥ $y=\dfrac{\cos x}{x}$

数学Ⅲ　三角関数の導関数 ③ 課題　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　)

1． 文章の□を埋めて，和積公式を完成せよ。

$\sin(\alpha+\beta) = \boxed{\sin\quad\cos\quad + \cos\quad\sin}$

$\sin(\alpha-\beta) = \boxed{\sin\quad\cos\quad - \cos\quad\sin}$

両辺の差をとり

$\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta) = \boxed{\cos\quad\sin}$

$\alpha = \dfrac{A+B}{2}$，$\beta = \dfrac{A-B}{2}$ とおくと

$\alpha+\beta = \boxed{\quad}$，$\alpha-\beta = \boxed{\quad}$ より

$\boxed{\sin\quad - \sin} = \boxed{\cos \frac{\quad}{\quad}\ \sin \frac{\quad}{\quad}}$

$\cos(\alpha+\beta) = \boxed{\cos\quad\cos\quad - \sin\quad\sin}$

$\cos(\alpha-\beta) = \boxed{\cos\quad\cos\quad + \sin\quad\sin}$

両辺の差をとり

$\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta) = \boxed{\sin\quad\sin}$

$\alpha = \dfrac{A+B}{2}$，$\beta = \dfrac{A-B}{2}$ とおくと

$\alpha+\beta = \boxed{\quad}$，$\alpha-\beta = \boxed{\quad}$ より

$\boxed{\cos\quad - \cos} = \boxed{\sin \frac{\quad}{\quad}\ \sin \frac{\quad}{\quad}}$

2． 和積公式を用いて，次の式を求めよ。

例題　$(\cos x)'$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{-2\sin\left(x+\frac{h}{2}\right)\sin\frac{h}{2}}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} -\sin\left(x+\frac{h}{2}\right) \times \frac{\sin\frac{h}{2}}{\frac{h}{2}} = -\sin x$$

問題　$(\sin x)'$

3． 次の文章の□を埋めて，$\sin x$ を微分せよ。

$$\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$$

$$= \sin x \ \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \boxed{\cos\quad\sin}$$

$$= \sin x \times \boxed{\quad} + \cos x \times \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$$

$$\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$$

$$= \cos x \ \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) - \boxed{\sin\quad\sin}$$

$$= \cos x \times \boxed{\quad} - \sin x \times \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$$

合成関数の微分法より

$$(\sin x)' = \left\{\boxed{\quad\left(x-\frac{\pi}{2}\right)}\right\}'$$

$$= \boxed{\quad\left(x-\frac{\pi}{2}\right)}\left(x-\frac{\pi}{2}\right)'$$

$$= \boxed{\quad}$$

4． 次の三角関数を微分せよ。

例題	問題
① $y = x\cos x$ $y' = (x)'\cos x + x(\cos x)'$ $= \cos x - x\sin x$	① $y = x\sin x$
② $y = \sin 3x$ $y' = \cos 3x \times (3x)'$ $= 3\cos 3x$	② $y = \sin 4x$
③ $y = \cos^2 x \quad = (\cos x)^2$ $y' = 2\cos x \times (\cos x)'$ $= -2\sin x\cos x$	③ $y = \sin^2 x \quad = (\sin x)^2$
④ $y = \dfrac{1}{\cos 2x}$ $y' = -\dfrac{(\cos 2x)'}{\cos^2 2x}$ $= \dfrac{2\sin 2x}{\cos^2 2x}$	④ $y = \dfrac{1}{\sin 2x}$