

数学 三角関数の合成 課題

()年()組()番()

1. 加法定理を用いて、次の式を展開せよ。
Expand the following expression using the addition theorem.

例題 $2 \sin(\theta + 30^\circ)$

$$= 2 \left(\sin \theta \cos 30^\circ + \cos \theta \sin 30^\circ \right)$$

$$= 2 \left(\sin \theta \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \cos \theta \times \frac{1}{2} \right)$$

$$= \sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta$$

問題 $2 \sin(\theta + 45^\circ)$

例題 $2 \sin(\theta - 60^\circ)$

$$= 2 \left(\sin \theta \cos 60^\circ - \cos \theta \sin 60^\circ \right)$$

$$= 2 \left(\sin \theta \times \frac{1}{2} - \cos \theta \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$= \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta$$

問題 $2 \sin(\theta - 30^\circ)$

2. 次の点と原点Oとの距離rを求めよ。
Find the distance r between the next point and the origin O.

例題 $(1, \sqrt{3})$

$$r = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{4} = 2$$

問題 $(1, -\sqrt{3})$

問題 $(3, -4)$

問題 $(-2, 2)$

3. 次の三角関数の合成をせよ。
Compose the following trigonometric functions.

例題 $3 \sin \theta - 4 \cos \theta$

$$= \sqrt{3^2 + (-4)^2} \sin(\theta + \alpha) = 5 \sin(\theta + \alpha)$$

$\cos \alpha = \frac{3}{5}$, $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ を満たす

問題 $\sin \theta + 2 \cos \theta$

例題 $\sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$

$$= \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} \sin(\theta + \alpha) = 2 \sin(\theta + \alpha)$$

$\cos \alpha = \frac{1}{2}$, $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす α は 60°

$$\sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta = 2 \sin(\theta + 60^\circ)$$

問題 $\sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta$

問題 $\sin \theta - \cos \theta$

問題 $-2 \sin \theta + 2 \cos \theta$

数学 三角関数の合成 2 課題

()年()組()番()

1. 加法定理を用いて、次の式を展開せよ。
Expand the following expression using the addition theorem.

例題 $2 \sin(\theta + 60^\circ)$

$$= 2 \left(\sin \theta \cos 60^\circ + \cos \theta \sin 60^\circ \right)$$

$$= 2 \left(\sin \theta \times \frac{1}{2} + \cos \theta \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$= \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$$

問題 $2 \sin(\theta + 135^\circ)$

例題 $2 \sin(\theta - 45^\circ)$

$$= 2 \left(\sin \theta \cos 45^\circ - \cos \theta \sin 45^\circ \right)$$

$$= 2 \left(\sin \theta \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \cos \theta \times \frac{1}{2} \right)$$

$$= \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta$$

問題 $2 \sin(\theta - 30^\circ)$

2. 次の点と原点Oとの距離 r を求めよ。
Find the distance r between the next point and the origin O.

例題 $(1, -\sqrt{3})$

$$r = \sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{4} = 2$$

問題 $(-1, \sqrt{3})$

問題 $(6, -8)$

問題 $(-4, -4)$

3. 次の三角関数の合成をせよ。
Compose the following trigonometric functions.

例題 $2 \sin \theta - 3 \cos \theta$

$$= \sqrt{2^2 + (-3)^2} \sin(\theta + \alpha) = \sqrt{13} \sin(\theta + \alpha)$$

$\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{13}}$, $\sin \alpha = -\frac{3}{\sqrt{13}}$ を満たす

問題 $6 \sin \theta - 8 \cos \theta$

例題 $\sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta$

$$= \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} \sin(\theta + \alpha) = 2 \sin(\theta + \alpha)$$

$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin \alpha = -\frac{1}{2}$ を満たす α は -30°

$$\sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta = 2 \sin(\theta - 30^\circ)$$

問題 $\sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta$

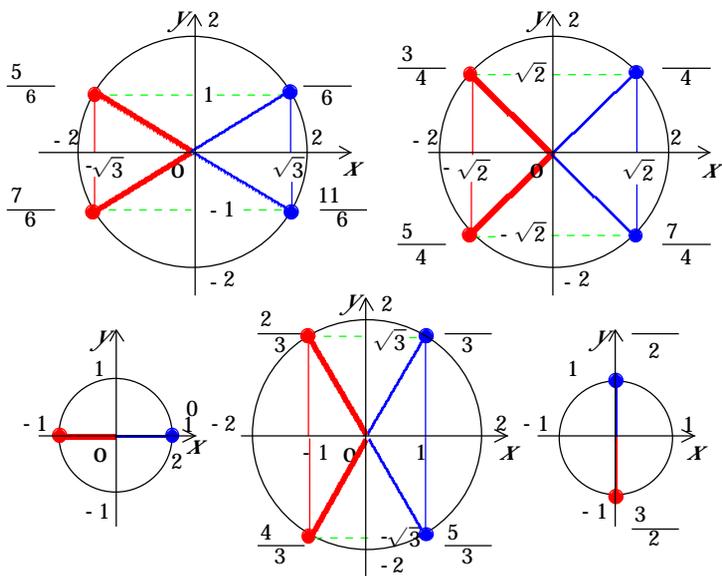
問題 $-\sin \theta + \cos \theta$

問題 $-4 \sin \theta - 4 \cos \theta$

数学 三角関数の合成 3 課題

()年()組()番()

1. 図を利用して、次の三角関数の表を完成せよ。
Complete the following table of trigonometric functions using the diagram.



	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{11}{6}$	2
sin	0	-1	—	—	—	0
cos	1	—	—	—	—	1

	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{11}{6}$	2
sin	-1	—	—	—	0
cos	0	—	—	—	1

2. 次の点と原点Oとの距離rを求めよ。
Find the distance r between the next point and the origin O.

例題 (1, -3)

$$r = \sqrt{1^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$$

問題 (1, -2)

3. 加法定理を用いて、次の式を展開せよ。
Expand the following expression using the addition theorem.

例題 $\sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$

$$= \sqrt{2} \left(\sin\theta \cos\frac{\pi}{4} + \cos\theta \sin\frac{\pi}{4} \right)$$

$$= \sqrt{2} \left(\sin\theta \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \cos\theta \times \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$= \sin\theta + \cos\theta$$

問題 $2 \sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)$

4. 次の三角関数の合成をせよ。
Compose the following trigonometric functions.

例題 $8 \sin\theta - 6 \cos\theta$

$$= \sqrt{8^2 + (-6)^2} \sin\left(\theta + \alpha\right) = 10 \sin\left(\theta + \alpha\right)$$

$$\cos\alpha = \frac{4}{5}, \sin\alpha = -\frac{3}{5} \text{ を満たす}$$

問題 $\sin\theta - 2 \cos\theta$

例題 $\sin\theta - \sqrt{3} \cos\theta$

$$= \sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2} \sin\left(\theta + \alpha\right) = 2 \sin\left(\theta + \alpha\right)$$

$$\cos\alpha = \frac{1}{2}, \sin\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ を満たす は } \frac{5}{3}$$

$$\sin\theta + \sqrt{3} \cos\theta = 2 \sin\left(\theta + \frac{5}{3}\right)$$

問題 $\sqrt{3} \sin\theta - \cos\theta$

問題 $\sqrt{6} \sin\theta + \sqrt{2} \cos\theta$

問題 $2 \sin\theta + 2 \cos\theta$

1. 次の三角方程式を解きなさい。(0° x <math>< 360^\circ</math>)
Solve the following trigonometric equation.

れいだい 例題 $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{3}$

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x$$

$$= \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} \sin(x + \quad) = 2 \sin(x + \quad)$$

$\cos \quad = \frac{1}{2}$, $\sin \quad = \frac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす \quad は 60°

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \sin(x + 60^\circ) = \sqrt{3}$$

$$\sin(x + 60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ より,}$$

$x + 60^\circ = 60^\circ$ または $x + 60^\circ = 120^\circ$

よって, $x = 0^\circ, 60^\circ$

もんだい 問題 $\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{2}$

2. 次の三角不等式を解きなさい。(0° x <math>< 360^\circ</math>)
Solve the following trigonometric inequality.

れいだい 例題 $\sqrt{3} \sin x + \cos x \geq \sqrt{3}$

$$\sqrt{3} \sin x + \cos x = 2 \sin(x + 30^\circ) \geq \sqrt{3}$$

$$\sin(x + 30^\circ) \geq \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ より,}$$

$60^\circ \leq x + 30^\circ \leq 120^\circ$

よって $30^\circ \leq x \leq 90^\circ$

もんだい 問題 $\sqrt{3} \sin x + \cos x \geq \sqrt{2}$

3. 次の関数の最大値・最小値を求めよ。(0° x <math>< 360^\circ</math>)
 また, そのときの $\sin x, \cos x$ の値を求めよ。
Find the maximum and minimum values of the following functions.
 Also, find $\sin x$ and $\cos x$ at that time.

れいだい 例題 $3 \sin x + 4 \cos x$

$$3 \sin x + 4 \cos x$$

$$= \sqrt{3^2 + 4^2} \sin(x + \quad) = 5 \sin(x + \quad)$$

$\cos \quad = \frac{3}{5}$, $\sin \quad = -\frac{4}{5}$ を満たす

よって, 最大値は 5 , $x + \quad = 90^\circ$

$x + \quad = 90^\circ$ より, $x = 90^\circ - \quad$

$$\sin x = \sin(90^\circ - \quad)$$

$$= \sin 90^\circ \cos \quad - \cos 90^\circ \sin \quad = \frac{3}{5}$$

$$\cos x = \cos(90^\circ - \quad)$$

$$= \cos 90^\circ \cos \quad + \sin 90^\circ \sin \quad = \frac{4}{5}$$

よって, 最小値は 5 , $x + \quad = 270^\circ$

$x + \quad = 270^\circ$ より, $x = 270^\circ - \quad$

$$\sin x = \sin(270^\circ - \quad)$$

$$= \sin 270^\circ \cos \quad - \cos 270^\circ \sin \quad = -\frac{3}{5}$$

$$\cos x = \cos(270^\circ - \quad)$$

$$= \cos 270^\circ \cos \quad + \sin 270^\circ \sin \quad = -\frac{4}{5}$$

もんだい 問題 $5 \sin x - 12 \cos x$

1. 次の三角方程式を解きなさい。(0° x <math>< 360^\circ</math>)
Solve the following trigonometric equation.

例題 $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 1$

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \sin(x + 300^\circ) = 1$$

$$\sin(x + 300^\circ) = \frac{1}{2} \text{ より,}$$

$$x + 300^\circ = 390^\circ \text{ または } x + 300^\circ = 510^\circ$$

よって, $x = 90^\circ, 210^\circ$

問題 $\sqrt{3} \sin x - \cos x = -1$

2. 次の三角不等式を解きなさい。(0° x <math>< 360^\circ</math>)
Solve the following trigonometric inequality.

例題 $\sin x - \sqrt{3} \cos x < 1$

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \sin(x + 300^\circ) < 1$$

$$\sin(x + 300^\circ) < \frac{1}{2} \text{ より,}$$

$$390^\circ < x + 300^\circ < 510^\circ$$

よって $90^\circ < x < 210^\circ$

問題 $\sqrt{3} \sin x - \cos x < -1$

3. 次の関数の最大値・最小値を求めよ。(0° x <math>< 360^\circ</math>)
また, そのときの $\sin x, \cos x$ の値を求めよ。
Find the maximum and minimum values of the following functions.
Also, find $\sin x$ and $\cos x$ at that time.

例題 $6 \sin x + 8 \cos x$

$$6 \sin x + 8 \cos x = \sqrt{6^2 + 8^2} \sin(x + \alpha) = 10 \sin(x + \alpha)$$

$$\cos \alpha = \frac{3}{5}, \sin \alpha = -\frac{4}{5} \text{ を満たす}$$

よって, 最大値は 10, $x + \alpha = 90^\circ$

$$x + \alpha = 90^\circ \text{ より, } x = 90^\circ - \alpha$$

$$\sin x = \sin(90^\circ - \alpha) = \sin 90^\circ \cos \alpha - \cos 90^\circ \sin \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\cos x = \cos(90^\circ - \alpha) = \cos 90^\circ \cos \alpha + \sin 90^\circ \sin \alpha = \frac{4}{5}$$

よって, 最小値は -10, $x + \alpha = 270^\circ$

$$x + \alpha = 270^\circ \text{ より, } x = 270^\circ - \alpha$$

$$\sin x = \sin(270^\circ - \alpha) = \sin 270^\circ \cos \alpha - \cos 270^\circ \sin \alpha = -\frac{3}{5}$$

$$\cos x = \cos(270^\circ - \alpha) = \cos 270^\circ \cos \alpha + \sin 270^\circ \sin \alpha = -\frac{4}{5}$$

問題 $4 \sin x + 3 \cos x$

1. 次の三角方程式を解きなさい。($0 < x < 2$)
Solve the following trigonometric equation.

例題 $\sin x - \cos x = 1$

$$\sin x - \cos x = \sqrt{1^2 + (-1)^2} \sin\left(x + \frac{7}{4}\right) = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{7}{4}\right)$$

$$\cos = \frac{1}{\sqrt{2}}, \sin = \frac{-1}{\sqrt{2}} \text{ を満たす } \theta \text{ は } \frac{7}{4}$$

$$\sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{7}{4}\right) = 1$$

$$0 < x < 2 \text{ より, } \frac{7}{4} < x + \frac{7}{4} < \frac{15}{4}$$

$$\sin\left(x + \frac{7}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x + \frac{7}{4} = \frac{9}{4} \text{ より, } x = \frac{2}{4}$$

$$x + \frac{7}{4} = \frac{11}{4} \text{ より, } x = \frac{4}{4}$$

したがって, $x = \frac{2}{4}, \frac{4}{4}$

問題 $\sin x + \cos x = 1$

2. 次の三角不等式を解きなさい。($0 < x < 2$)
Solve the following trigonometric inequality.

例題 $\sin x - \cos x > 1$

$$\sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{7}{4}\right) > 1$$

したがって, $\frac{2}{4} < x < \frac{4}{4}$

問題 $\sin x + \cos x > 1$

3. 次の関数の最大値・最小値を求めよ。($0 < x < 2$)
また, そのときの x の値を求めよ。
Find the maximum and minimum values of the following functions.
Also, find $\sin x$ and $\cos x$ at that time.

例題 $\sin x + \sqrt{3} \cos x$

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\cos = \frac{1}{2}, \sin = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ を満たす } \theta = \frac{\pi}{3}$$

最大値 2, $x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$ より $x = \frac{\pi}{6}$

最小値 -2, $x + \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{2}$ より $x = \frac{7\pi}{6}$

例題 $3 \sin x + \sqrt{3} \cos x$

問題 $\sin x + \cos x$