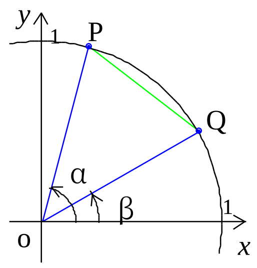
数学Ⅱ　加法定理　課題　　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　)

1．次の図より cos(α－β)の式を求めよ。
Find the formula for cos(α－β) from the following figure.



単位円上に動径 α の点 P をとると，
P([　　　　] ,　sin α) になる。
同一円上に動径 β の点 Q をとると，
Q(cos β , [　　　　]) になる。

① 2 点間の距離の公式により

$PQ^2 = ($ cos α － [　　] $)^2 + ($ sin α － [　　] $)^2$

＝ [　] － 2 cos α cos β ＋ [　] － 2 sin α sin β

＝ [　] － 2 (cos α cos β ＋ sin α sin β)

②△OPQ に余弦定理を使うと，

∠ POQ ＝ [　　] であるから

$PQ^2 = OP^2 + OQ^2 - 2 \times OP \times OQ \times \cos(\alpha - \beta)$

＝ [　] ＋ [　] － 2 × [　 × 　] × cos(α－β)

＝ [　] － [　] cos(α－β)

①と②の PQ^2 を比較して

cos(α－β)＝ [　　　　　　　　]

③ cos(α－β) の式の β を－β に置き換えると

cos(α＋β)＝ [cos　　cos(－β)＋　　　　]

cos(－β)＝ [cos　　] ,　sin(－β)＝ [　sin β] より

cos(α＋β)＝ [cos α cos β　　　　　　]

2．cos(90°－θ)＝ sin θ , sin(90°－θ)＝ cos θ を用いて
sin(α＋β) , sin(α－β) を求めよ。
Find sin(α＋β) , sin(α－β) using cos(90°－θ)＝sin θ , sin(90°－θ)＝cos θ .

sin(α ＋ β)

＝ [cos{ 90°－(　　　　) }] ＝ [cos{ (90°－　　)－　　 }]

＝ [cos(90°－　　) cos　　 ＋ sin(90°－　　) sin　　]

＝ [sin　　 cos　　 ＋ cos　　 sin　　]

sin(α ＋ β)の式の β を－β に置き換えると

sin(α － β)

＝ [sin　　 cos　　　 ＋ cos　　 sin　　]

cos(－β)＝ [cos　　] ,　sin(－β)＝ [　sin β] より

sin(α － β)

＝ [sin　　 cos　　　 cos　　 sin　　]

3．次の三角関数の値を求めよ。
Find the values of the following trigonometric functions.

例題① cos 75° ＝ cos(30° ＋ 45°)

＝ cos 30° × cos 45° － sin 30° × sin 45°

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

問題① cos 105°

例題② sin 75° ＝ sin(30° ＋ 45°)

＝ sin 30° × cos 45° ＋ cos 30° × sin 45°

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$

問題② sin 105°

4．次の余角の公式 sin(θ ＋ 90°)を作りなさい。
Derive the following complementary angle formula sin(θ +90°).

sin(θ ＋ 90°)

＝ [sin　　 cos　　　 ＋ cos　　 sin　　]

cos 90° ＝ [　　　] , sin 90° ＝ [　　　]

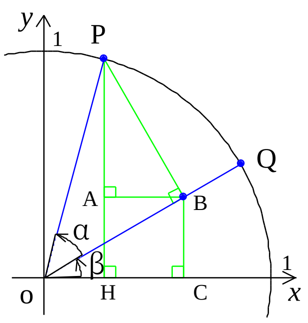
したがって

sin(θ ＋ 90°) ＝ [sin　　 ×　　　 ＋ cos　　 ×　　]

＝ [　　　　]

数学Ⅱ　加法定理 2 課題　　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　)

1．次の図より，$\sin(\alpha+\beta)$の式を求めよ。
Find the formula for $\sin(\alpha-\beta)$ from the following figure.



単位円上に動径 $\alpha+\beta$ の点 P と動径 β の点 Q をとる。
P から OQ に下ろした垂線の足を B とする。
P から x 軸に下ろした垂線の足を H とする。
A, C を図のようにとる。

△POB において

$\sin\alpha = \dfrac{PB}{\boxed{\quad}}$ ，$PB = \boxed{\qquad}$

$\cos\alpha = \dfrac{OB}{\boxed{\quad}}$ ，$OB = \boxed{\qquad}$

△OBC において

$\sin\beta = \dfrac{BC}{\boxed{\quad}}$ ，$\cos\beta = \dfrac{OC}{\boxed{\quad}}$

$BC = \boxed{\quad} \times \sin\beta = \boxed{\qquad} \times \sin\beta$

$OC = \boxed{\quad} \times \cos\beta = \boxed{\qquad} \times \cos\beta$

△PAB において，　$\angle BPA = \beta$ より

$\sin\alpha = \dfrac{AB}{\boxed{\quad}}$ ，$\cos\alpha = \dfrac{PA}{\boxed{\quad}}$

$AB = \boxed{\quad} \times \sin\alpha = \boxed{\qquad} \times \sin\alpha$

$PA = \boxed{\quad} \times \cos\alpha = \boxed{\qquad} \times \cos\alpha$

△POH において

$PH = PA + AH = \boxed{\quad + \quad}$

$\sin(\alpha+\beta) = \dfrac{PH}{\boxed{\quad}}$ ，$PH = \boxed{\qquad}$

$\sin(\alpha+\beta) = \boxed{\qquad\qquad\qquad}$

2．加法定理 $\sin(\alpha-\beta)$の式を作りなさい。　Derive $\sin(\alpha-\beta)$.

$\sin(\alpha+\beta) = \boxed{\sin\quad\cos\qquad\quad\cos\quad\sin\quad}$ より

$\sin(\alpha-\beta) = \sin\{\alpha+(-\beta)\}$

$= \boxed{\sin\quad\cos\qquad\quad\cos\quad\sin\quad}$

$\cos(-\beta) = \boxed{\qquad}$, $\sin(-\beta) = \boxed{\qquad}$

したがって，

$\sin(\alpha-\beta) = \boxed{\sin\quad\cos\qquad\quad\cos\quad\sin\quad}$

3．$\cos(90^\circ-\theta) = \sin\theta$, $\sin(90^\circ-\theta) = \cos\theta$ を用いて $\cos(\alpha+\beta)$, $\cos(\alpha-\beta)$ を求めよ。
Find $\cos(\alpha+\beta)$, $\cos(\alpha-\beta)$ using $\cos(90^\circ-\theta)=\sin\theta$, $\sin(90^\circ-\theta)=\cos\theta$.

$\cos(\alpha+\beta)$

$= \boxed{\sin\{90^\circ-(\qquad)\}} = \boxed{\sin\{(90^\circ - \qquad)-\quad\}}$

$= \boxed{\sin(90^\circ - \qquad)\cos\qquad - \cos(90^\circ - \qquad)\sin\quad}$

$= \boxed{\cos\quad\cos\qquad - \cos\quad\sin\quad}$

$\cos(\alpha+\beta)$の式の β を $-\beta$ に置き換えると

$\cos(\alpha-\beta)$

$= \boxed{\cos\quad\cos\qquad\quad - \sin\quad\sin\quad}$

$\cos(-\beta) = \boxed{\cos\qquad}$ ，$\sin(-\beta) = \boxed{\quad\sin\beta}$ より

$\cos(\alpha-\beta)$

$= \boxed{\cos\quad\cos\qquad\qquad\sin\quad\sin\quad}$

4．次の三角関数の値を求めよ。
Find the values of the following trigonometric functions.

例題 ①　$\cos 195^\circ = \cos(150^\circ + 45^\circ)$

$= \cos 150^\circ \times \cos 45^\circ - \sin 150^\circ \times \sin 45^\circ$

$= \left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{1}{2} \times \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

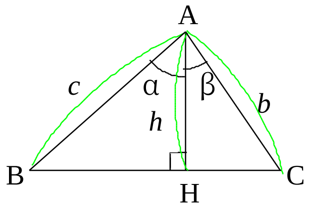
$= \dfrac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

問題 ①　$\sin 165^\circ$

問題 ①　$\cos 285^\circ$

数学Ⅱ　加法定理３　課題　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　)

1．次の図より，$\sin(\alpha+\beta)$，$\sin(\alpha-\beta)$を求めよ。
Find the formula for $\sin(\alpha+\beta)$, $\sin(\alpha-\beta)$ from the following figure.



A から BC にから垂線 AH を下ろす。
$\angle BAH=\alpha$，$\angle CAH=\beta$，$AH=h$，$AC=b$，$AB=c$ とおく。

△ABC の面積 S は$\angle BAC=\alpha+\beta$ より

$$S=\frac{1}{2}bc\sin(\alpha+\beta)$$

△ABH の面積 S_1 は

$S_1=\frac{1}{2}$ [　　　] $\sin\alpha$

$\cos\beta=\frac{h}{b}$ より　$h=$ [　　　]

h を代入すると，$S_1=\frac{1}{2}$ [　　　] $\sin\alpha\cos\beta$

△ACH の面積 S_2 は

$S_2=\frac{1}{2}$ [　　　] $\sin\beta$

$\cos\beta=\frac{h}{c}$ より　$h=$ [　　　]

h を代入すると，$S_2=\frac{1}{2}$ [　　　] $\cos\alpha\sin\beta$

△ABC の面積 $S=S_1+S_2$ であるから，比較して

$\sin(\alpha+\beta)=$ [　　　　　　　　　　]

この式の β に$-\beta$を代入し，

$\sin\{\alpha+(-\beta)\}$

$=$ [sin　　cos　　＋ cos　　sin　　]

$\cos(-\beta)=$ [cos　　]，$\sin(-\beta)=$ [　　sin β] より

$\sin(\alpha-\beta)$

$=$ [sin　　cos　　　　cos　　sin　　]

2．$\sin(\alpha-\beta)$ を用いて，次の式を示せ。
Show the following equation using $\sin(\alpha-\beta)$.

① $\sin(-\theta)=-\sin\theta$

$\sin(-\theta)=\sin(0^\circ-\theta)$

$=$ [sin　　× cos　　－ cos　　× sin　　]

$\sin 0^\circ=$ [　　]，$\cos 0^\circ=$ [　　]より

$\sin(-\theta)=$ [　　× cos　　－　　× sin　　] $=-\sin\theta$

② $\sin(90^\circ-\theta)=\cos\theta$

$=$ [sin　　× cos　　－ cos　　× sin　　]

$\sin 90^\circ=$ [　　]，$\cos 90^\circ=$ [　　]より

$\sin(90^\circ-\theta)=$ [　　× cos　　－　　× sin　　] $=\cos\theta$

3．$\cos(90^\circ-\theta)=\sin\theta$，$\sin(90^\circ-\theta)=\cos\theta$ を用いて $\cos(\alpha+\beta)$，$\cos(\alpha-\beta)$ を求めよ。
Find $\cos(\alpha+\beta)$, $\cos(\alpha-\beta)$ using $\cos(90^\circ-\theta)=\sin\theta$, $\sin(90^\circ-\theta)=\cos\theta$.

$\cos(\alpha+\beta)$

$=$ [sin{ 90° －(　　　　) }] $=$ [sin{ (90° －　　　)－　　}]

$=$ [sin(90° －　　) cos　　－ cos(90° －　　) sin　　]

$=$ [cos　　cos　　－ cos　　sin　　]

$\cos(\alpha+\beta)$の式の β を$-\beta$に置き換えると

$\cos(\alpha-\beta)$

$=$ [cos　　cos　　　　－ sin　　sin　　]

$\cos(-\beta)=$ [cos　　]，$\sin(-\beta)=$ [　　sin β] より

$\cos(\alpha-\beta)$

$=$ [cos　　cos　　　　sin　　sin　　]

4．次の三角関数の値を求めよ。
Find the value of the following trigonometric function.

例題　$\sin 75^\circ=\sin(120^\circ-45^\circ)$

$=\sin 120^\circ\times\cos 45^\circ-\cos 120^\circ\times\sin 45^\circ$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{-1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

問題①　$\sin 15^\circ$

問題②　$\cos 15^\circ$

数学Ⅱ　加法定理(かほうていり) 4 課題(かだい)　　( )年( )組( )番( )

例題(れいだい)　$90^\circ < \alpha < 180^\circ$, $180^\circ < \beta < 270^\circ$　とする。

$\sin\alpha = \dfrac{3}{5}$, $\cos\beta = -\dfrac{2}{3}$ のとき,

次(つぎ)の値(あたい)を求(もと)めよ。

Find the value of the following expression.

① $\cos\alpha$

$$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

$\cos\alpha < 0$ より　$\cos\alpha = -\sqrt{\dfrac{16}{25}} = -\dfrac{4}{5}$

② $\sin\beta$

$$\sin^2\beta = 1 - \cos^2\beta = 1 - \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{5}{9}$$

$\sin\beta < 0$ より　$\sin\beta = -\sqrt{\dfrac{5}{9}} = -\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

③ $\sin(\alpha+\beta)$

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$$= \frac{3}{5}\times\left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{4}{5}\right)\times\left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right)$$

$$= \frac{-6+4\sqrt{5}}{15}$$

④ $\sin(\alpha-\beta)$

$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$

$$= \frac{3}{5}\times\left(-\frac{2}{3}\right) - \left(-\frac{4}{5}\right)\times\left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right)$$

$$= \frac{-6-4\sqrt{5}}{15}$$

⑤ $\cos(\alpha+\beta)$

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$$= \left(-\frac{4}{5}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right) - \frac{3}{5}\times\left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right)$$

$$= \frac{8+3\sqrt{5}}{15}$$

⑤ $\cos(\alpha-\beta)$

$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

$$= \left(-\frac{4}{5}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right) + \frac{3}{5}\times\left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right)$$

$$= \frac{8-3\sqrt{5}}{15}$$

問題(もんだい)　$90^\circ < \alpha < 180^\circ$, $180^\circ < \beta < 270^\circ$　とする。

$\sin\alpha = \dfrac{4}{5}$, $\cos\beta = -\dfrac{1}{2}$ のとき,

次(つぎ)の値(あたい)を求(もと)めよ。

① $\cos\alpha$

② $\sin\beta$

③ $\sin(\alpha+\beta)$

④ $\sin(\alpha-\beta)$

⑤ $\cos(\alpha+\beta)$

⑤ $\cos(\alpha-\beta)$

数学Ⅱ　加法定理 5 課題

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　)

例題　$90^\circ < \alpha < 180^\circ$, $270^\circ < \beta < 360^\circ$ とする。

$\sin\alpha = \dfrac{4}{5}$, $\cos\beta = \dfrac{5}{13}$ のとき,

次の値を求めよ。

Find the value of the following expression.

① $\cos\alpha$

$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = 1 - \left(\dfrac{4}{5}\right)^2 = \dfrac{9}{25}$

$\cos\alpha < 0$ より　$\cos\alpha = -\sqrt{\dfrac{9}{25}} = -\dfrac{3}{5}$

② $\sin\beta$

$\sin^2\beta = 1 - \cos^2\beta = 1 - \left(\dfrac{5}{13}\right)^2 = \dfrac{144}{169}$

$\sin\beta < 0$ より　$\sin\beta = -\sqrt{\dfrac{144}{169}} = -\dfrac{12}{13}$

③ $\sin(\alpha + \beta)$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$= \dfrac{4}{5} \times \left(\dfrac{5}{13}\right) + \left(-\dfrac{3}{5}\right) \times \left(-\dfrac{12}{13}\right)$

$= \dfrac{56}{65}$

④ $\sin(\alpha - \beta)$

$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$

$= \dfrac{4}{5} \times \left(\dfrac{5}{13}\right) - \left(-\dfrac{3}{5}\right) \times \left(-\dfrac{12}{13}\right)$

$= -\dfrac{16}{65}$

⑤ $\cos(\alpha + \beta)$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$= \left(-\dfrac{3}{5}\right) \times \dfrac{5}{13} - \dfrac{4}{5} \times \left(-\dfrac{12}{13}\right)$

$= \dfrac{33}{65}$

⑤ $\cos(\alpha - \beta)$

$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

$= \left(-\dfrac{3}{5}\right) \times \dfrac{5}{13} + \dfrac{4}{5} \times \left(-\dfrac{12}{13}\right)$

$= -\dfrac{63}{65}$

問題　$90^\circ < \alpha < 180^\circ$, $270^\circ < \beta < 360^\circ$ とする。

$\sin\alpha = \dfrac{3}{5}$, $\cos\beta = \dfrac{12}{13}$ のとき,

次の値を求めよ。

① $\cos\alpha$

② $\sin\beta$

③ $\sin(\alpha + \beta)$

④ $\sin(\alpha - \beta)$

⑤ $\cos(\alpha + \beta)$

⑤ $\cos(\alpha - \beta)$

例題(れいだい)　$0^\circ < \alpha < 90^\circ,\ 90^\circ < \beta < 180^\circ$ とする。

$\sin\alpha = \dfrac{1}{7}$, $\sin\beta = \dfrac{13}{14}$ のとき，

次(つぎ)の値(あたい)を求(もと)めよ。

Find the value of the following expression.

① $\cos\alpha$

$$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = 1 - \left(\frac{1}{7}\right)^2 = \frac{48}{49}$$

$\cos\alpha > 0$ より　$\cos\alpha = \sqrt{\dfrac{48}{49}} = \dfrac{4\sqrt{3}}{7}$

② $\cos\beta$

$$\cos^2\beta = 1 - \sin^2\beta = 1 - \left(-\frac{13}{14}\right)^2 = \frac{27}{196}$$

$\cos\beta < 0$ より　$\cos\beta = -\sqrt{\dfrac{27}{196}} = -\dfrac{3\sqrt{3}}{14}$

③ $\sin(\alpha+\beta)$

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

$$= \frac{1}{7}\times\left(-\frac{3\sqrt{3}}{14}\right) + \frac{4\sqrt{3}}{7}\times\frac{13}{14}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}$$

④ $\cos(\alpha+\beta)$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

$$= \frac{4\sqrt{3}}{7}\times\left(-\frac{3\sqrt{3}}{14}\right) - \frac{1}{7}\times\frac{13}{14} = -\frac{1}{2}$$

$$= -\frac{1}{2}$$

⑤ $\alpha+\beta$

$\sin(\alpha+\beta) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos(\alpha+\beta) = -\dfrac{1}{2}$ より

$\alpha+\beta = 120^\circ \quad \left(= \dfrac{2\pi}{3}\right)$

問題(もんだい)　$0^\circ < \alpha < 90^\circ,\ 0^\circ < \beta < 90^\circ$ とする。

$\sin\alpha = \dfrac{1}{7}$, $\sin\beta = \dfrac{11}{14}$ のとき，

次(つぎ)の値(あたい)を求(もと)めよ。

① $\cos\alpha$

② $\cos\beta$

③ $\sin(\alpha+\beta)$

④ $\cos(\alpha+\beta)$

⑤ $\alpha+\beta$

数学Ⅱ　加法定理(tan(α＋β))　課題　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　　　)

1．tan(α＋β)，tan(α－β) を導きなさい。

Derive tan(α＋β)，tan(α－β).

正弦の加法定理から　※咲いたコスモス，コスモス咲いた

$\sin(\alpha+\beta)=\boxed{\sin\quad\cos\quad+\cos\quad\sin}$

余弦の加法定理から　※コスモス，コスモス，まあ咲いた咲いた

$\cos(\alpha+\beta)=\boxed{\cos\quad\cos\quad-\sin\quad\sin}$

$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$　より，

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\boxed{\quad(\alpha+\beta)}}{\boxed{\quad(\alpha+\beta)}}$$

$$=\frac{\boxed{\sin\quad\cos\quad+\cos\quad\sin}}{\boxed{\cos\quad\cos\quad-\sin\quad\sin}}$$

右辺の分母分子を cos α cos β で割ると

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\dfrac{\boxed{\sin\quad\cos}}{\cos\alpha\cos\beta}+\dfrac{\boxed{\sin\quad\cos}}{\cos\alpha\cos\beta}}{\dfrac{\boxed{\cos\quad\cos}}{\cos\alpha\cos\beta}-\dfrac{\boxed{\sin\quad\sin}}{\cos\alpha\cos\beta}}$$

$$=\frac{\boxed{\qquad\qquad}}{\boxed{\qquad\qquad}}$$

※タン足すタンの，
1引くタンタン

tan(α＋β)の β を－β に置き換えると

$$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\boxed{\qquad\qquad}}{\boxed{\qquad\qquad}}$$

$\tan(-\beta)=\boxed{\quad\tan\quad}$ より，

$$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\boxed{\qquad\qquad}}{\boxed{\qquad\qquad}}$$

2．tan(α＋β＋γ)の値を求めよ。Find the value of tan(α＋β＋γ).

例題　tan α ＝ 1，tan β ＝ 2，tan γ ＝ 3

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{1+2}{1-1\times2}=-3$$

$$\tan(\alpha+\beta+\gamma)=\tan\{(\alpha+\beta)+\gamma\}$$

$$=\frac{-3+3}{1-(-3)\times3}=0$$

問題　tan α ＝ 2，tan β ＝ 3，tan γ ＝ 4

3．次の 2 直線のなす角 θ を求めよ。※　0°＜θ＜90°

Find a straight line that satisfies the following conditions..

例題　$y=2x+1$ と $y=\dfrac{1}{3}x$ のなす角を求めよ。

$y=2x+1$　と x 軸の正の向きのなす角を α とし，

$y=\dfrac{1}{3}x$　と x 軸の正の向きのなす角を β とする。

直線の傾きが tan であるから

$\tan\alpha=2$，$\tan\beta=\dfrac{1}{3}$

$$\tan\theta=\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\times\tan\beta}$$

$$=\frac{2-\dfrac{1}{3}}{1+2\times\dfrac{1}{3}}=\frac{\dfrac{5}{3}}{\dfrac{5}{3}}=1$$

0°＜θ＜90°　であるから　θ＝45°

問題①　$y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}x$ と $y=-\dfrac{\sqrt{3}}{5}x$ のなす角を求めよ。

問題②　$y=\dfrac{\sqrt{3}}{9}x$ と $y=-\dfrac{\sqrt{3}}{5}x$ のなす角を求めよ。

数学Ⅱ　加法定理($\tan(\alpha+\beta)$)　2　課題

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　　　　　　　)

1．次の加法定理 $\tan(\alpha-\beta)$ を作りなさい。 Derive $\tan(\alpha-\beta)$.

$$\tan(\alpha+\beta)=\boxed{\dfrac{\tan\quad\quad\tan}{1\quad\tan\quad\quad\tan}}\ \text{より}$$

$$\tan(\alpha-\beta)=\tan\{\alpha+(-\beta)\}$$

$$=\boxed{\dfrac{\tan\quad\quad\tan}{1\quad\tan\quad\quad\tan}}$$

$$\tan(-\beta)=\boxed{\quad\quad\quad}\ \text{より}$$

$$\tan(\alpha-\beta)=\boxed{\dfrac{\tan\quad -\tan}{\tan\quad\times\tan}}$$

2．次の2直線のなす角 θ を求めよ。※ $0^\circ<\theta<90^\circ$
Find the angle θ between the following two straight lines.

例題　$y=2x+1$ と $y=\frac{1}{3}x$ のなす角を求めよ。

$y=2x+1$　と x 軸の正の向きのなす角を α とし，

$y=\frac{1}{3}x$　と x 軸の正の向きのなす角を β とする。

直線の傾きが $\tan$ であるから

$\tan\alpha=2$，$\tan\beta=\frac{1}{3}$

$$\tan\theta=\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\times\tan\beta}$$

$$=\frac{2-\frac{1}{3}}{1+2\times\frac{1}{3}}=\frac{\frac{5}{3}}{\frac{5}{3}}=1$$

$0^\circ<\theta<90^\circ$　であるから　$\theta=45^\circ$

問題　$y=-x$ と $y=(2-\sqrt{3})x$ のなす角を求めよ。

3．次の条件を満たす直線を求めよ。
Find a straight line that satisfies the following conditions..

例題　$y=-x$ となす角が 60° で原点を通る直線を求めよ。

$y=-x$ と x 軸の正の向きのなす角を α とし，
求める直線 $y=mx$ と x 軸の正の向きのなす角を β
とすると，$\tan\alpha=-1$，$\tan\beta=m$ になる。
2直線のなす角が 60° であるから

$$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\times\tan\beta}=\tan(\pm60^\circ)$$

$\tan 60^\circ$ のとき，$\dfrac{(-1)-m}{1+(-1)\times m}=\sqrt{3}$

$$-1-m=\sqrt{3}(1-m)$$

$$(\sqrt{3}-1)m=\sqrt{3}+1$$

$$m=\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}=2+\sqrt{3}$$

$\tan(-60^\circ)$ のとき，$\dfrac{(-1)-m}{1+(-1)\times m}=-\sqrt{3}$

同様にして　$m=2-\sqrt{3}$

求める直線は $y=(2+\sqrt{3})x$，$y=(2-\sqrt{3})x$

問題　$y=-2x$ となす角が 45° で原点を通る直線を求めよ。

数学Ⅱ　加法定理(tan(α+β)) 3　課題

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　)

1．次の加法定理 tan(α－β)を作りなさい。 Derive tan(α－β).

$$\tan(\alpha+\beta)=\boxed{\dfrac{\tan\quad\ \tan}{1\quad \tan\quad\ \tan}}$$ より

$$\tan(\alpha-\beta)=\tan\{\alpha+(-\beta)\}$$

$$=\boxed{\dfrac{\tan\quad\ \tan}{1\quad \tan\quad\ \tan}}$$

$$\tan(-\beta)=\boxed{}$$ より

$$\tan(\alpha-\beta)=\boxed{\dfrac{\tan\quad\ \tan}{\quad\tan\quad\ \tan}}$$

2．次の 2 直線のなす角 θ を求めよ。※ $0^\circ<\theta<90^\circ$

Find the angle θ between the following two straight lines.

例題　$y=\dfrac{\sqrt{3}}{6}x$ と $y=-\dfrac{\sqrt{3}}{7}x$ のなす角を求めよ。

$y=\dfrac{\sqrt{3}}{6}x$ と x 軸の正の向きのなす角を α とし，

$y=-\dfrac{\sqrt{3}}{7}x$ と x 軸の正の向きのなす角を β とする。

直線の傾きが tan であるから

$$\tan\alpha=\frac{\sqrt{3}}{6},\ \tan\beta=-\frac{\sqrt{3}}{7}$$

$$\tan\theta=\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\times\tan\beta}$$

$$=\frac{\dfrac{\sqrt{3}}{6}-\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{7}\right)}{1+\dfrac{\sqrt{3}}{6}\times\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{7}\right)}=\frac{\dfrac{13\sqrt{3}}{42}}{\dfrac{39}{42}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$0^\circ<\theta<90^\circ$ であるから　$\theta=30^\circ$

問題　$y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}x$ と $y=-\dfrac{\sqrt{3}}{5}x$ のなす角を求めよ。

3．次の条件を満たす原点を通る直線を求めよ。

Find a straight line passing through the origin that satisfies the following conditions..

例題　$y=2x$ となす角が 45° で原点を通る直線を求めよ。

$y=2x$ と x 軸の正の向きのなす角を α とし，

求める直線 $y=mx$ と x 軸の正の向きのなす角を β

とすると，$\tan\alpha=2$，$\tan\beta=m$ になる。

2 直線のなす角が 45° であるから

$$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\times\tan\beta}=\tan(\pm45^\circ)$$

$\tan45^\circ$ のとき，$\dfrac{2-m}{1+2\times m}=1$

$2-m=1+2m$

$-3m=-1$

$m=\dfrac{1}{3}$

$\tan(-45^\circ)$ のとき，$\dfrac{2-m}{1+2\times m}=-1$

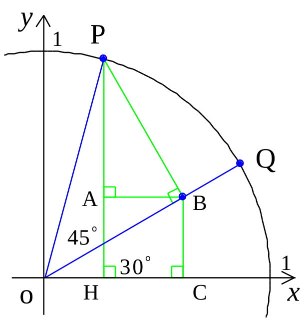
同様にして　$m=-3$

求める直線は $y=\dfrac{1}{3}x$，$y=-3x$

問題　$y=3x$ となす角が 45° で原点を通る直線を求めよ。

数学Ⅱ　加法定理(sin(α＋β))　課題　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　)

1．次の図より sin(45°+30°)の式を求めよ。
Find the formula for sin(45°+30°) from the following figure.



単位円上に動径 45°+30° の点 P と動径 30° の点 Q をとる。
P から OQ に下ろした垂線の足を B とする。
P から x 軸に下ろした垂線の足を H とする。
A, C を図のようにとる。

△POB において

$\sin 45^\circ = \dfrac{\mathrm{PB}}{\boxed{\quad}}$ ，$\mathrm{PB} = \boxed{\qquad}$

$\cos 45^\circ = \dfrac{\mathrm{OB}}{\boxed{\quad}}$ ，$\mathrm{OB} = \boxed{\qquad}$

△OBC において

$\sin 30^\circ = \dfrac{\mathrm{BC}}{\boxed{\quad}}$

$\mathrm{BC} = \boxed{\quad} \times \sin 30^\circ = \boxed{\qquad} \times \sin 30^\circ$

△PAB において

$\angle \mathrm{BPA} = \boxed{\quad}$ より

$\cos \boxed{\quad} = \dfrac{\mathrm{PA}}{\boxed{\quad}}$

$\mathrm{PA} = \boxed{\quad} \times \cos \boxed{\quad}$

$= \boxed{\qquad \times \cos}$

△POH において

$\sin(45^\circ + 30^\circ) = \dfrac{\mathrm{PH}}{\boxed{\quad}}$ ，$\mathrm{PH} = \boxed{\qquad}$

$\mathrm{PH} = \mathrm{PA} + \mathrm{AH} = \mathrm{PA} + \mathrm{BC}$ より

$\sin(45^\circ + 30^\circ)$

$= \boxed{\qquad\qquad\qquad}$

2．次の加法定理 sin(α − β)を作りなさい。 Derive sin(α−β).

$\sin(\alpha + \beta) = \boxed{\sin \quad \cos \qquad \cos \quad \sin}$ より

$\sin(\alpha - \beta) = \sin\{\alpha + (-\beta)\}$

$= \boxed{\sin \quad \cos \qquad \cos \quad \sin}$

$\cos(-\beta) = \boxed{\quad}$, $\sin(-\beta) = \boxed{\quad}$

したがって，

$\sin(\alpha - \beta) = \boxed{\sin \quad \cos \qquad \cos \quad \sin}$

3．次の三角関数の値を求めよ。
Find the values of the following trigonometric functions.

例題①　$\sin 75^\circ = \sin(30^\circ + 45^\circ)$

$= \sin 30^\circ \times \cos 45^\circ + \cos 30^\circ \times \sin 45^\circ$

$= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$= \dfrac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$

問題①　$\sin 105^\circ$

例題②　$\sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ)$

$= \sin 45^\circ \times \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \times \sin 30^\circ$

$= \dfrac{\sqrt{2}}{2} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2} \times \dfrac{1}{2}$

$= \dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

問題②　$\sin(-15^\circ)$

4．次の補角の公式 sin(θ ＋ 180°)を作りなさい。
Derive the following supplementary angle formula sin(θ +180°).

$\sin(\theta + 180^\circ)$

$= \boxed{\sin \quad \cos \qquad + \cos \qquad \sin}$

$\cos 180^\circ = \boxed{\quad}$, $\sin 180^\circ = \boxed{\quad}$

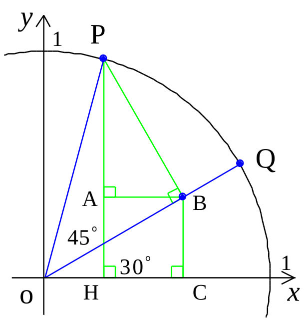
したがって

$\sin(\theta + 180^\circ) = \boxed{\sin \qquad \times \qquad + \cos \qquad \times}$

$= \boxed{\qquad}$

数学Ⅱ　加法定理$(\cos(\alpha+\beta))$　課題　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　)

1．次の図より $\cos(45^\circ+30^\circ)$ の式を求めよ。
Find the formula for $\cos(45^\circ+30^\circ)$ from the following figure.



単位円上に動径 $45^\circ+30^\circ$ の点 P と動径 30° の点 Q をとる。
P から OQ に下ろした垂線の足を B とする。
P から x 軸に下ろした垂線の足を H とする。
A, C を図のようにとる。

△POB において

$\sin 45^\circ = \dfrac{PB}{\square}$,　PB = □

$\cos 45^\circ = \dfrac{OB}{\square}$,　OB = □

△OBC において

$\cos 30^\circ = \dfrac{OC}{\square}$

OC = □ × cos 30° = □ × cos 30°

△PAB において

∠BPA = □ より

sin □ = $\dfrac{AB}{\square}$

AB = □ × sin □

= □ × sin

△POH において

$\cos(45^\circ+30^\circ) = \dfrac{OH}{\square}$,　OH = □

OH = OC − CH = OC − AB より

$\cos(45^\circ+30^\circ)$

= □

2．次の加法定理 $\cos(\alpha-\beta)$ を作りなさい。
Derive the addition theorem $\cos(\alpha-\beta)$.

$\cos(\alpha+\beta)$ = □ cos　cos　　sin　sin □ より

$\cos(\alpha-\beta) = \cos\{\alpha+(-\beta)\}$

= □ cos　cos　　sin　sin □

$\cos(-\beta)$ = □, $\sin(-\beta)$ = □

したがって，

$\cos(\alpha-\beta)$ = □ cos　cos　　sin　sin □

3．次の三角関数の値を求めよ。
Find the value of the following trigonometric function.

例題①　$\cos 75^\circ = \sin(30^\circ + 45^\circ)$

$= \cos 30^\circ \times \cos 45^\circ - \sin 30^\circ \times \sin 45^\circ$

$= \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{1}{2} \times \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$= \dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

問題①　$\cos 105^\circ$

例題②　$\cos 15^\circ = \cos(45^\circ - 30^\circ)$

$= \cos 45^\circ \times \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \times \sin 30^\circ$

$= \dfrac{\sqrt{2}}{2} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2} \times \dfrac{1}{2}$

$= \dfrac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

問題②　$\cos(-15^\circ)$

4．次の補角の公式 $\cos(\theta + 180^\circ)$ を作りなさい。
Derive the following supplementary angle formula $\cos(\theta + 180^\circ)$.

$\cos(\theta + 180^\circ)$

= □ cos　cos　　− sin　sin □

$\cos 180^\circ$ = □, $\sin 180^\circ$ = □

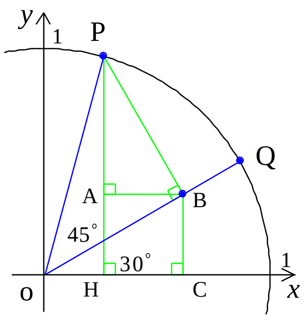
したがって

$\cos(\theta + 180^\circ)$ = □ cos　×　　− sin　× □

= □

数学Ⅱ　加法定理($\tan(\alpha+\beta)$)　課題　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　)

1. 次の図より $\tan(45^\circ+30^\circ)$ の式を求めよ。
Find the formula for $\tan(45^\circ+30^\circ)$ from the following figure.



単位円上に動径 $45^\circ+30^\circ$ の点 P と動径 30° の点 Q をとる。
P から OQ に下ろした垂線の足を B とする。
P から x 軸に下ろした垂線の足を H とする。
A, C を図のようにとる。

△POB において

$\sin 45^\circ = \dfrac{PB}{\square}$ ，PB ＝ $\square$

$\cos 45^\circ = \dfrac{OB}{\square}$ ，OB ＝ $\square$

△OBC において

$\sin 30^\circ = \dfrac{BC}{\square}$ ，BC ＝ $\square \times \sin 30^\circ$

$\cos 30^\circ = \dfrac{OC}{\square}$ ，OC ＝ $\square \times \cos 30^\circ$

△PAB において　∠BPA ＝ $\square$　より

$\sin \square = \dfrac{AB}{\square}$ ，$\cos \square = \dfrac{PA}{\square}$

AB ＝ $\square \times \cos$

PA ＝ $\square \times \cos$

△POH において

PH＝PA＋AH＝PA＋BC, OH＝OC－CH＝OC－AB より

$\tan(45^\circ+30^\circ) = \dfrac{PH}{OH}$

$= \dfrac{\square}{\square}$

$= \dfrac{\dfrac{\square}{\cos 45^\circ \times \cos 30^\circ} \quad \dfrac{\square}{\cos 45^\circ \times \cos 30^\circ}}{\dfrac{\square}{\cos 45^\circ \times \cos 30^\circ} \quad \dfrac{\square}{\cos 45^\circ \times \cos 30^\circ}}$

$= \dfrac{\dfrac{\square}{\cos 45^\circ} \quad \dfrac{\square}{\cos 30^\circ}}{\dfrac{\square}{\cos 45^\circ} \quad \dfrac{\square}{\cos 30^\circ}}$

$= \dfrac{\tan \quad \tan}{\tan \quad \tan}$

2. 次の加法定理 $\tan(\alpha-\beta)$ を作りなさい。
Derive the addition theorem $\tan(\alpha-\beta)$.

$\tan(\alpha+\beta) = \dfrac{\tan \quad + \tan}{1 - \tan \quad \times \tan}$ より

$\tan(\alpha-\beta) = \tan\{\alpha+(-\beta)\}$

$= \dfrac{\tan \quad + \tan}{1 - \tan \quad \times \tan}$

$\tan(-\beta) = \square$ より

$\tan(\alpha-\beta) = \dfrac{\tan \quad - \tan}{\quad \tan \quad \times \tan}$

3. 次の三角関数の値を求めよ。
Find the value of the following trigonometric function.

例題①　$\tan 75^\circ = \tan(30^\circ + 45^\circ)$

$= \dfrac{\tan 30^\circ + \tan 45^\circ}{1 - \tan 30^\circ \times \tan 45^\circ}$

$= \dfrac{\dfrac{1}{\sqrt{3}} + 1}{1 - \dfrac{1}{\sqrt{3}} \times 1} = \dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} = 2+\sqrt{3}$

問題①　$\tan 105^\circ$

例題②　$\tan(-15^\circ) = \tan(30^\circ - 45^\circ)$

$= \dfrac{\tan 30^\circ - \tan 45^\circ}{1 + \tan 30^\circ \times \tan 45^\circ}$

$= \dfrac{\dfrac{1}{\sqrt{3}} - 1}{1 + \dfrac{1}{\sqrt{3}} \times 1} = \dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = 2-\sqrt{3}$

問題②　$\tan 15^\circ$