

1. 2次方程式の解の公式を用いて、判別式 D と解を求めよ。
Find the discriminant D and the solution using the formula for solving a quadratic equation.

2. 次の2次方程式の解を判別せよ。
Determine the solution to the following quadratic equation.

$aX^2 + bX + c = 0$ のとき $X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

ルートの中を判別式 D といい、 $D < 0$ のとき、虚数解

例題

$3X^2 + 5X + 1 = 0$
 $D = 5^2 - 4 \times 3 \times 1 = 13$
 $X = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2 \times 3} = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$

実数解

問題

$2X^2 + 5X + 1 = 0$

例題

$4X^2 - 4X + 1 = 0$
 $D = (-4)^2 - 4 \times 4 \times 1 = 0$
 $X = \frac{-(-4) \pm \sqrt{0}}{2 \times 4} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

重解

問題

$9X^2 - 6X + 1 = 0$

例題

$X^2 - 2X + 3 = 0$
 $D = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 3 = -8$
 $X = \frac{-(-2) \pm \sqrt{-8}}{2 \times 1} = \frac{2 \pm \sqrt{8}i}{2}$
 $= \frac{2 \pm 2\sqrt{2}i}{2} = 1 \pm \sqrt{2}i$

虚数解

問題

$X^2 + 4X + 5 = 0$

例題

$X^2 + 2X - 1 = 0$
 $D = 2^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 8$
 $D > 0$ より、異なる2つの実数解をもつ。
It has two distinct real roots.

問題

$2X^2 + 5X - 2 = 0$

例題

$X^2 + 6X + 9 = 0$
 $D = 6^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$
 $D = 0$ より、重解をもつ。
It has double root.

問題

$2X^2 + 4X + 2 = 0$

例題

$2X^2 + X + 3 = 0$
 $D = 1^2 - 4 \times 2 \times 3 = -23$
 $D < 0$ より、異なる2つの虚数解をもつ。
It has two distinct complex roots.

問題

$2X^2 + 5X - 2 = 0$

3. 次の2次方程式が異なる2つの虚数解をもつような定数 k の値の範囲を求めなさい。
Find the range of values of the constant k such that the following quadratic equation has two different imaginary solutions.

例題

$X^2 - 4X + k = 0$
2次方程式 $X^2 - 4X + k = 0$ の判別式は
 $D = (-4)^2 - 4 \times 1 \times k = 16 - 4k$
異なる2つの虚数解をもつのは $D < 0$ である。
よって $16 - 4k < 0$
 $k > 4$

問題

$X^2 + 6X + k = 0$

1. 2次方程式の解の公式を用いて、判別式 D と解を求めよ。

2. 次の 2次方程式の解を判別せよ。

$$ax^2+bx+c=0 \text{ のとき } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ルートのなかを判別式 D といい、 $D < 0$ のとき、虚数解

例題

$$3x^2 + 7x + 1 = 0$$
$$D = 7^2 - 4 \times 3 \times 1 = 37$$
$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{2 \times 3} = \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{6}$$

実数解

問題

$$2x^2 + 7x + 1 = 0$$

例題

$$25x^2 - 10x + 1 = 0$$
$$D = (-10)^2 - 4 \times 25 \times 1 = 0$$
$$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{0}}{2 \times 25} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

重解

問題

$$16x^2 - 8x + 1 = 0$$

例題

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$
$$D = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 6 = -8$$
$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{-8}}{2 \times 1} = \frac{4 \pm \sqrt{8}i}{2}$$
$$= \frac{4 \pm 2\sqrt{2}i}{2} = 2 \pm \sqrt{2}i$$

虚数解

問題

$$x^2 + 2x + 4 = 0$$

例題

$$2x^2 + 3x + 1 = 0$$
$$D = 3^2 - 4 \times 2 \times 1 = 1$$
$$D > 0 \text{ より、異なる 2 つの実数解をもつ。}$$

問題

$$3x^2 + 4x + 1 = 0$$

例題

$$9x^2 + 6x + 1 = 0$$
$$D = 6^2 - 4 \times 9 \times 1 = 0$$
$$D = 0 \text{ より、重解をもつ。}$$

問題

$$2x^2 + 8x + 8 = 0$$

例題

$$3x^2 + 2x + 1 = 0$$
$$D = 2^2 - 4 \times 3 \times 1 = -8$$
$$D < 0 \text{ より、異なる 2 つの虚数解をもつ。}$$

問題

$$2x^2 + 3x + 4 = 0$$

3. 次の 2次方程式が異なる 2 つの虚数解をもつような定数 k の値の範囲を求めなさい。

例題

$$x^2 - 2x - k = 0$$

2次方程式 $x^2 - 2x - k = 0$ の判別式は

$$D = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-k) = 4 + 4k$$

異なる 2 つの虚数解をもつのは $D < 0$ である。

よって $4 + 4k < 0$

$$k < -4$$

問題

$$x^2 - 8x - k = 0$$

1. 2次方程式の解の公式を用いて、判別式 D と解を求めよ。

2. 次の 2次方程式の解を判別せよ。

$aX^2 + bX + c = 0$ のとき $X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

ルートのなかを判別式 D といい、 $D < 0$ のとき、虚数解

例題	$3X^2 + 6X + 1 = 0$ $D = 6^2 - 4 \times 3 \times 1 = 24$ $X = \frac{-6 \pm \sqrt{24}}{2 \times 3} = \frac{-3 \pm \sqrt{6}}{3}$ 実数解
問題	$4X^2 + 6X + 1 = 0$
例題	$4X^2 - 12X + 9 = 0$ $D = (-12)^2 - 4 \times 4 \times 9 = 0$ $X = \frac{-(-12) \pm \sqrt{0}}{2 \times 4} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$ 重解
問題	$9X^2 - 12X + 4 = 0$
例題	$X^2 - 2X + 5 = 0$ $D = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 5 = -16$ $X = \frac{-(-2) \pm \sqrt{-16}}{2 \times 1} = \frac{2 \pm 4i}{2}$ $= 1 \pm 2i$ 虚数解
問題	$X^2 - 4X + 8 = 0$

例題	$2X^2 + 3X - 1 = 0$ $D = 3^2 - 4 \times 2 \times (-1) = 17$ $D > 0$ より、異なる2つの実数解をもつ。
問題	$2X^2 + 4X - 3 = 0$
例題	$3X^2 + 6X + 3 = 0$ $D = 6^2 - 4 \times 3 \times 3 = 0$ $D = 0$ より、重解をもつ。
問題	$4X^2 + 12X + 9 = 0$
例題	$2X^2 + 2X + 3 = 0$ $D = 2^2 - 4 \times 2 \times 3 = -20$ $D < 0$ より、異なる2つの虚数解をもつ。
問題	$2X^2 + 5X + 4 = 0$

3. 次の2次方程式が異なる2つの虚数解をもつような定数 k の値の範囲を求めなさい。

例題	$X^2 + 6X + k = 0$ 2次方程式 $X^2 + 6X + k = 0$ の判別式は $D = 6^2 - 4 \times 1 \times k = 36 - 4k$ 異なる2つの虚数解をもつのは $D < 0$ である。 よって $36 - 4k < 0$ $k > 9$
問題	$2X^2 + 4X + k = 0$